

# 1. The Atom (a reminder)

- 1.1 H-Atom basics
- 1.2 Fine structure
- 1.3 Hyperfine structure
- 1.4 Alkali atoms (1 electron atoms)
- 1.5 Zeeman effect, Stark shift
- 1.6 Selection rules for optical transitions
- 1.7 Optical pumping, preparing a 2-state system
- 1.8 Einstein coefficients, rate equations
- 1.9 Additional information: alkali atom  
atomic level schemas and Grotian diagrams  
transition strength of D-lines

## Literature: Basic Atomic Physics

1. Demtröder: *Experimentalphysik III Atomphysik*
2. Mayer-Kuckuck, *Atomphysik*
3. H. Haken und G. Wolf, *Atom- und Quantenphysik*, Springerverlag, Berlin
4. R. Eisberg, R. Resnik: *Quantum Physics of Atoms, Molecules, Solids, Nuclei, and Particles*, 2nd Edition J. Wiley & Sons, New York, 1985
5. download  
MIT: AMO Physics <http://cua.mit.edu/8.421/>  
H-Atom:  
orbital visualization <http://www.pha.jhu.edu/%7ert19/hydro/>  
<http://www.shef.ac.uk/chemistry/orbitron/>
6. Properties of some alkali atoms: <http://george.ph.utexas.edu/~dsteck/alkalidata>

### Additional Books:

- H. Haken und H. C. Wolf, *Molekülphysik und Quantenchemie*, Springerverlag, Berlin
- G. Otter und R. Honecker, *Atome-Moleküle-Kerne*, Teubner Verlag, Stuttgart
- M. Alonso und E.J. Finn, *PhysikIII: Quantenphysik und statistische Physik*, Inter. Europ. Ed. Amsterdam
- A. Beiser, *Concepts of Modern Physics*, Mc Graw Hil  
sehr schönes Buch, das sich auf das unverzichtbare Grundwissen beschränkt. Gut zur Orientierung, man wird nicht durch Nebensächliches abgelenkt. Aber nicht ausreichend für einen Diplomphysiker.

# Hydrogen Atom

## quantum description: Schrödinger equation

- Schrödinger Gleichung  
Zentralpotential (Coulomb)

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r,t) \right] \Psi(r,t) = i\hbar \frac{\partial \Psi(r,t)}{\partial t}$$

$$V(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

- Problem ist zeitunabhängig

$$E\Psi(r) = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) \right] \Psi(r)$$

- Central symmetric problem: transform to spherical coordinates  $r, \theta, \phi$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) - \frac{\hbar^2}{2mr^2} \left[ \frac{1}{\sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin(\theta) \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2(\theta)} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \phi^2} \right] + U\Psi = E\Psi$$

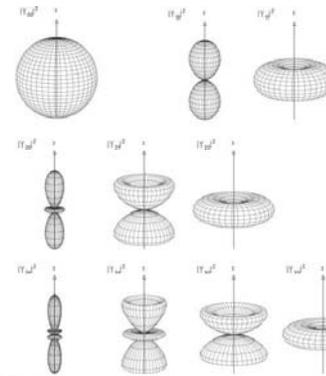
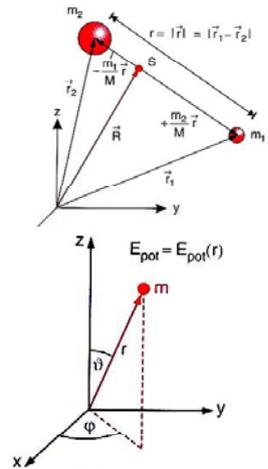
- Separation of variables

$$\Psi(\underline{r}) = R(r) \Theta(\theta) \Phi(\phi)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2mr^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \left[ -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{\lambda}{r^2} \right] R = ER$$

$$\sin \theta \frac{d}{d\theta} \left( \sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \frac{2m}{\hbar^2} \lambda \sin^2(\theta) \Theta = \Lambda \Theta$$

$$\frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} = -\Lambda \Phi$$



$l$	$m$	$Y_{l,m}(\theta, \phi)$
0	0	$\sqrt{\frac{1}{4\pi}}$
1	0	$\sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$
1	$\pm 1$	$\mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{\pm i\phi}$
2	0	$\sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1)$
2	$\pm 1$	$\mp \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{\pm i\phi}$
2	$\pm 2$	$\sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2 \theta e^{\pm 2i\phi}$

Table 2.1: Spherical harmonic functions  
Lecture 1 <Nr.>

# Hydrogen Atom

## eigenstates of the Schrödinger equation

Quantum number	symbol	Value
principal orbital	$n$	any integer $> 0$
magnetic	$l$	integer up to $(n - 1)$
spin	$m_l$	integer from $-l$ to $+l$
	$m_s$	$\pm 1/2$

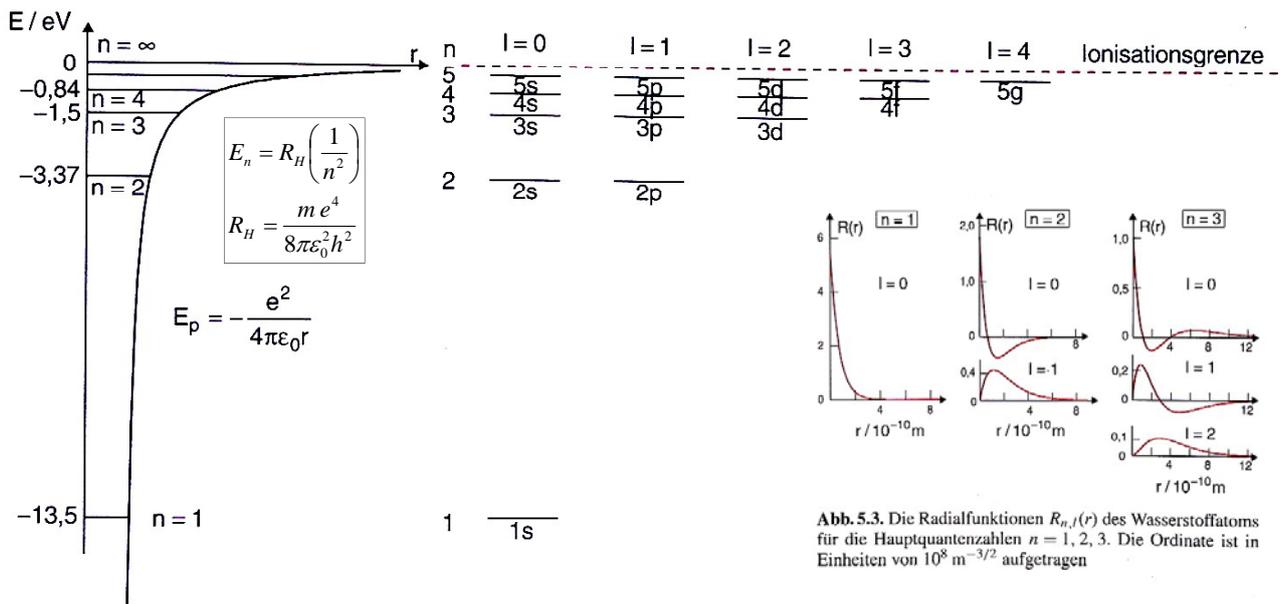


Abb. 5.3. Die Radialfunktionen  $R_{n,l}(r)$  des Wasserstoffatoms für die Hauptquantenzahlen  $n = 1, 2, 3$ . Die Ordinate ist in Einheiten von  $10^8 \text{ m}^{-3/2}$  aufgetragen

Abb. 5.5. Termschema des H-Atoms entsprechend den Energiewerten in (5.18). Die Energieskala ist maßstabsgetreu

for a visualisation look at: <http://www.shef.ac.uk/chemistry/orbitron/>

# Shell structure of H-Atom states configuration

Shell	$n$	$l$	$m_l$	$m_s$	$N_{shell}$	$N_{accum.}$
1s	1	0	0	$\pm 1/2$	2	2
2s	2	0	0	$\pm 1/2$	2	4
2p	2	1	-1, 0, +1	$\pm 1/2$	6	10
3s	3	0	0	$\pm 1/2$	2	12
3p	3	1	-1, 0, +1	$\pm 1/2$	6	18
4s	4	0	0	$\pm 1/2$	2	20
3d	3	2	-2, -1, 0, +1, +2	$\pm 1/2$	10	30
4p	4	1	-1, 0, +1	$\pm 1/2$	6	36
5s	5	0	0	$\pm 1/2$	2	38
4d	4	2	-2, -1, 0, +1, +2	$\pm 1/2$	10	48
5p	5	1	-1, 0, +1	$\pm 1/2$	6	54
6s	6	0	0	$\pm 1/2$	2	56
4f	4	3	-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3	$\pm 1/2$	14	70
5d	5	2	-2, -1, 0, +1, +2	$\pm 1/2$	10	80
6p	6	1	-1, 0, +1	$\pm 1/2$	6	86
7s	7	0	0	$\pm 1/2$	2	88

Table 4.2: Atomic shells, listed in order of increasing energy.  $N_{shell}$  is equal to  $2(2l + 1)$  and is the number of electrons that can fit into the shell due to the degeneracy of the  $m_l$  and  $m_s$  levels. The last column gives the accumulated number of electrons that can be held by the atom once the particular shell and all the lower ones have been filled.

?? is that all ??

non relativistic model  
no magnetic moment

- ⇒ motion of the electron is relativistic
- ⇒ magnetic moment of electron spin
- ⇒ magnetic moment of orbit motion
- ⇒ magnetic moment of nucleus
- ⇒ effects of quantum field theorie

energy level shifts  
lifts degeneracy

allows new physics

## Fine Structure Spin-Orbit coupling

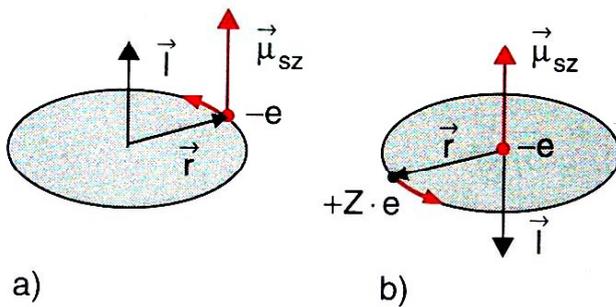


Abb. 5.18a,b. Halbklassisches Modell der Spin-Bahn-Wechselwirkung. (a) Im Ruhesystem des Kerns kreist das Elektron um den Kern; (b) im Ruhesystem des Elektrons kreist der Kern um das Elektron

$$\Delta E = \vec{\mu}_S \cdot \vec{B}_\ell = \frac{\mu_0 Z e^2}{8\pi m_e r^3} (\vec{l} \cdot \vec{s})$$

$$\vec{l} \cdot \vec{s} = \frac{1}{2} [\vec{j}^2 - \vec{l}^2 - \vec{s}^2]$$

$$= \frac{1}{2} \hbar^2 [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)]$$

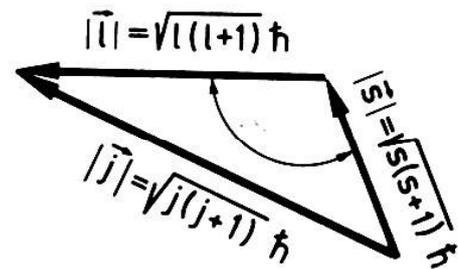


Abb. 12.16. Vektorielle Addition der Drehimpulse zu

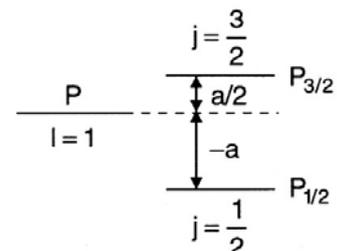


Abb. 5.20. Feinstrukturaufspaltung eines  $p$ -Terms mit  $l = 1$

# Magnetic Moment $\mu$ from coupling $L + S = J$

$$\mu_l = \mu_B \cdot l \quad \text{und} \quad \mu_s = g_s \cdot \mu_B \cdot s$$

gesamte magnetische Moment  $\mu_j = \mu_l + \mu_s$ :

$$\mu_j = -\frac{e}{2m_e} (l + g_s s) \quad \text{mit} \quad g_s \approx 2.$$

Ohne äußeres Feld  $B$  ist  $j$  nach Betrag und Richtung zeitlich konstant. Das in dem durch die Bahnbewegung erzeugten atomaren Magnetfeld präzediert, muß  $\mu_j$  um die raumfeste Richtung von  $j$  präzedieren. Sein zeitlicher Mittelwert ist deshalb gleich der Projektion  $(\mu_j)_j$  von  $\mu_j$  auf  $j$  (Abb. 5.23a):

$$\begin{aligned} (\mu_j)_j &= \frac{\mu_j \cdot j}{|j|} \\ &= -\frac{e}{2m_e} \left( \frac{l \cdot j}{|j|} + g_s \cdot \frac{s \cdot j}{|j|} \right). \end{aligned}$$

Aus  $j = l + s$  folgt

$$\begin{aligned} l \cdot j &= \frac{1}{2} [j^2 + l^2 - s^2] \\ &= \frac{1}{2} [j(j+1) + l(l+1) - s(s+1)] \hbar^2 \end{aligned}$$

und

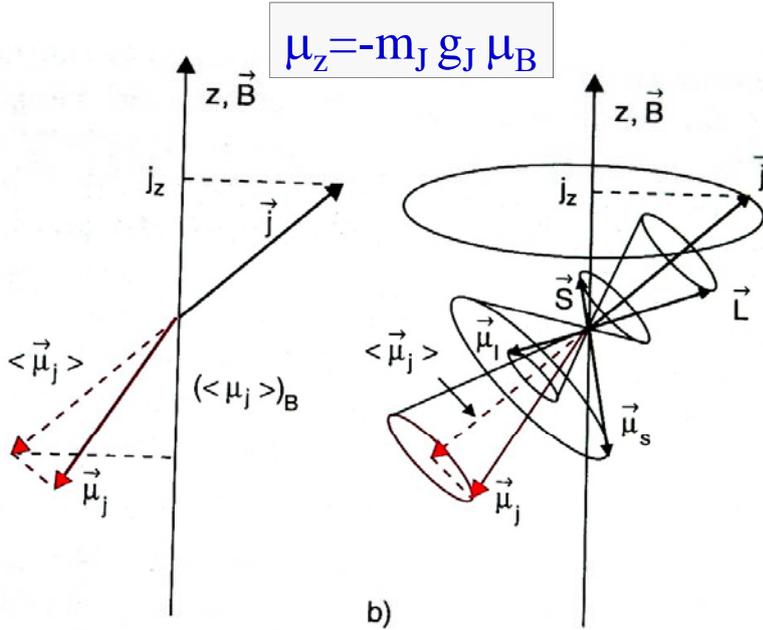
$$s \cdot j = \frac{1}{2} [j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)] \hbar^2.$$

so daß wir mit dem Bohrschen Magneton  $\mu_B = (e/2m_e) \hbar$  und  $g_s \approx 2$  schreiben können als

$$\begin{aligned} (\mu_j)_j &= -\frac{3j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2 \cdot \sqrt{j(j+1)}} \mu_B \\ &= g_j \cdot \sqrt{j(j+1)} \mu_B \\ &= g_j \mu_B \cdot |j| / \hbar. \end{aligned}$$

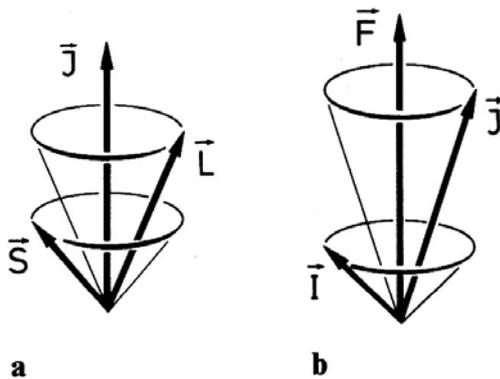
Dabei ist der Landé-Faktor  $g_j$  definiert durch

$$g_j = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}$$



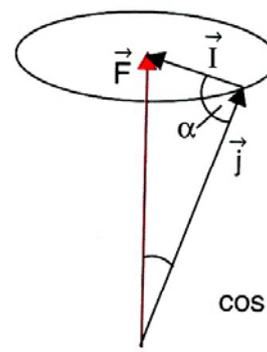
**Abb. 5.23.** (a) Projektion von  $\mu_j$  auf die Richtung von  $j$ ; (b) Präzession aller magnetischen Momente und Drehimpulse um die Magnetfeldrichtung

# Hyperfine Structure nuclear magnetic moment

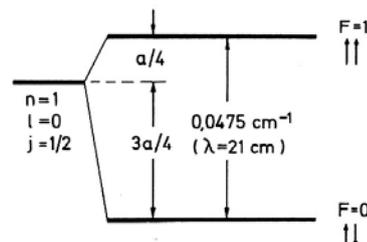


**Abb. 20.3.** a) Kopplung der Vektoren  $S$  (Spin) und  $L$  (Bahndrehimpuls) zum Gesamt-Elektronendrehimpuls  $J$  der Elektronenhülle. b) Kopplung der Vektoren  $J$  (Elektronen-Drehimpuls) und  $I$  (Kernspin) zum Gesamtdrehimpuls  $F$  des Atoms

$$\begin{aligned} \Delta E_{HFS} &= -\vec{\mu}_I \cdot \vec{B}_{int} \\ &= \frac{A}{2} [F(F+1) - J(J+1) - I(I+1)] \end{aligned}$$



**Abb. 5.27.** Kopplung von Elektronengesamtdrehimpuls  $j = l + s$  und Kernspin  $I$  zum raumfesten Gesamtdrehimpuls des Atoms  $F = j + I$

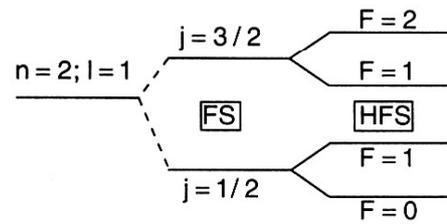


**Abb. 20.7.** Hyperfeinstruktur des Wasserstoff-Grundzustandes. Die Spins von Elektron und Proton können parallel oder antiparallel zueinander sein. Vergleiche dazu auch Abschn. 12.11

# Atomic States

States:  $n^{2S+1}X_J$

X:  $S(\ell=0)$ ,  $P(\ell=1)$ ,  $D(\ell=2)$ ,  
 $F(\ell=3)$ ,  $G(\ell=4)$  ....



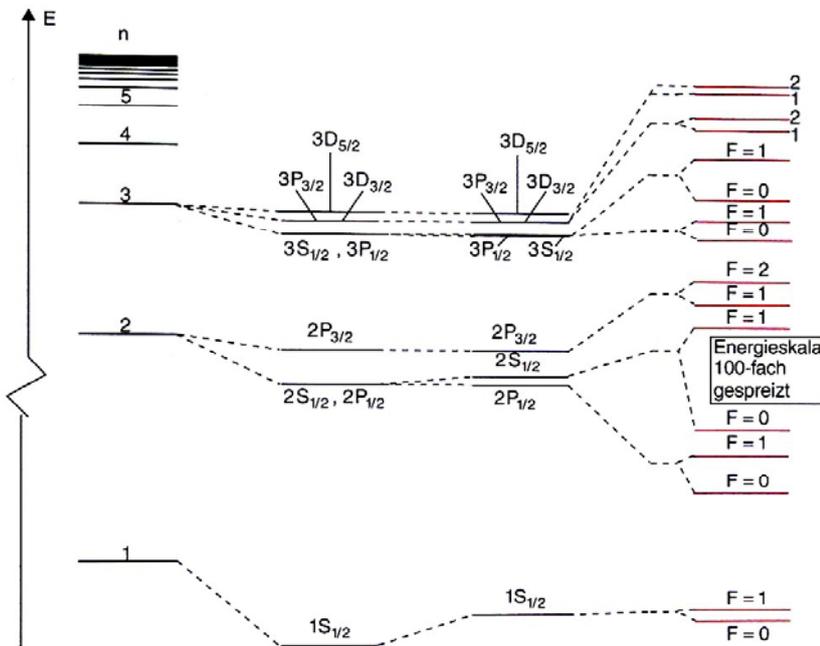
Schrödinger | Spin | Kernspin  
 Zur Termbezeichnung eines Zustandes (n, l, j, F)

## Magnetic Moments:

$$\Delta E = g_F \mu_B m_F \mathbf{B} \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c} = 1.4 \text{ MHz/Gauss} = 5.78 \text{ neV/Gauss}$$

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} - g_I \frac{\mu_K}{\mu_B} \frac{F(F+1) + I(I+1) - J(J+1)}{2F(F+1)}$$

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$



Bohrsche Energieniveaus  
 $\hat{=}$  Schrödinger-gleichung ohne Spin

Feinstruktur nach Dirac  
 $\hat{=}$   $\vec{l} \cdot \vec{s}$ -Kopplung + relat. Massenzunahme

Lamb-Verschiebung  
 $\hat{=}$  Strahlungskorrektur (QED)

Hyperfeinstruktur  
 $\hat{=}$  Kerneffekte

## H-Atom complete spectrum

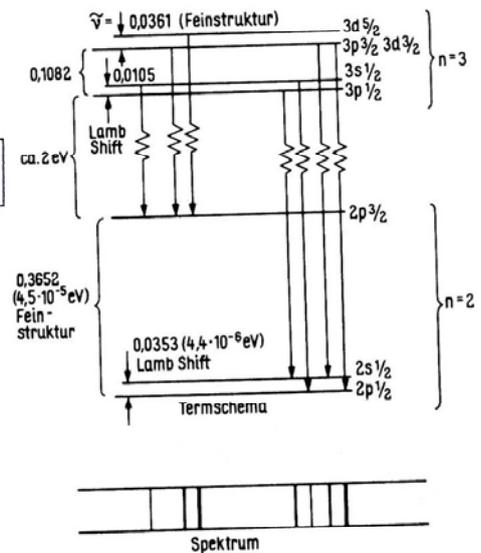


Fig. 51 Struktur der  $H_{\alpha}$ -Linie des Wasserstoffs. Unten: Spektrum ohne Berücksichtigung der Linienbreite; die Strichstärke repräsentiert ungefähr die Intensität (Wellenzahlen in  $\text{cm}^{-1}$ )

# Alkali Atoms one electron atoms

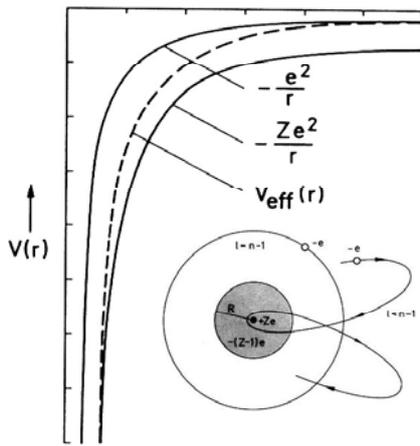


Abb. 11.3. Effektives Potential  $V_{\text{eff}}(r)$  für ein Alkali-Atom.  $V_{\text{eff}}$  verläuft bei kleinem Kernabstand ähnlich wie das ungeschirmte Kernpotential, für große Abstände vom Kern ist die Kernladung bis auf eine Ladungseinheit abgeschirmt

Magnetfeld  $B_z$  [T] am Kernort, vom äußersten Elektron erzeugt, für verschiedene Terme:

	$n$	$^2S_{1/2}$	$^2P_{1/2}$	$^2P_{3/2}$
Na	3	45	4,2	2,5
K	4	63	7,9	4,6
Rb	5	130	16	8,6
Cs	6	210	28	13

Atoms – Light and Matter Waves

J. Schmiedmayer, A. Rauschenbeutel

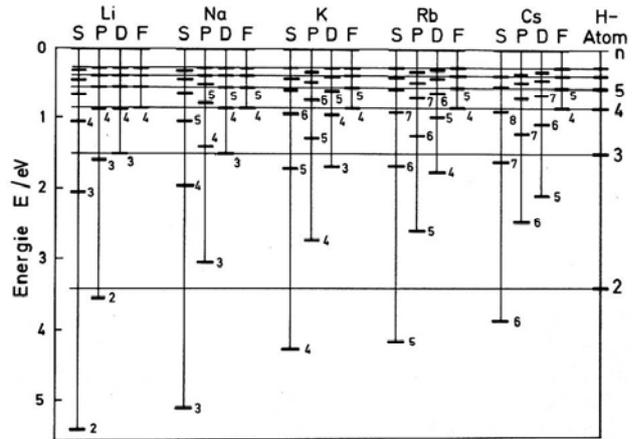
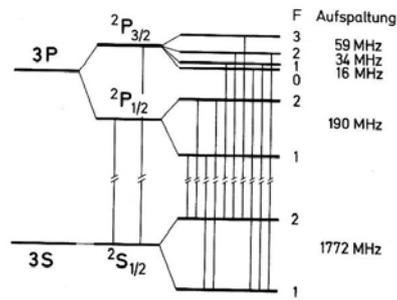


Abb. 11.1. Vereinfachte Termschemata der Alkali-Atome, empirische Lage der wichtigsten Energieterme. Die Hauptquantenzahl  $n$  ist durch Zahlen, die Nebenquantenzahl  $l$  durch Buchstaben S, P, D, F angegeben. Zum Vergleich rechts die Terme des H-Atoms



<Nr.>

# Rydberg Atoms

Tabelle 6.9. Charakteristische Daten atomarer Rydbergzustände ( $a_0 = 5.29 \cdot 10^{-11}$  m,  $Ry = 1,09737 \cdot 10^7$  m $^{-1}$ )

Physikalische Größe	$n$ -Abhängigkeit	$H(n=2)$	$H(n=50)$
Bindungsenergie	$-Ry \cdot n^{-2}$	3,4 eV	0,0054 eV $\hat{=}$ 43,5 cm $^{-1}$
Abstand $E(n+1) - E(n)$ benachbarter Energieniveaus	$\Delta E_n = Ry \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right)$	$\frac{5}{36} R \sim 2$ eV	0,2 meV $\hat{=}$ 2 cm $^{-1}$
Mittlerer Bahnradius	$a_0 n^2$	$4a_0$	$2500a_0 = 132$ nm
Geometrischer Wellenquerschnitt	$\pi a_0^2 n^4$	$16\pi a_0^2$	$6\pi \cdot 10^6 a_0^2 = 5 \cdot 10^{-14}$ m $^2$
Periodendauer für einen Umlauf	$T_n \propto n^3$	$10^{-15}$ s	$2 \cdot 10^{-11}$ s
Strahlunglebensdauer	$\propto n^3$	$5 \cdot 10^{-9}$ s	$1,5 \cdot 10^{-4}$ s
Kritische Feldstärke	$E_c = \pi \epsilon_0 Ry^* 2 e^{-3} n^{-4}$	$5 \cdot 10^9$ V/m	$5 \cdot 10^3$ V/m

Atoms – Light and Matter Waves

J. Schmiedmayer, A. Rauschenbeutel

Lecture 1

<Nr.>

# Atoms in Magnetic Field

## Zeeman and Paschen-Back effect

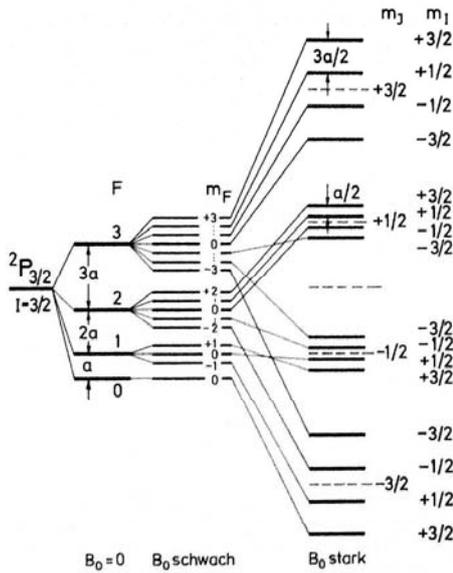


Abb. 20.13. Hyperfeinstruktur-Aufspaltung (schematisch) für  $J=3/2, I=3/2$  im schwachen, mittleren und starken Feld. Für die magnetischen Quantenzahlen muß gelten  $m_F$  (im schwachen Feld)  $= m_1 + m_2$  (im starken Feld). Dies folgt aus der Erhaltung des Drehimpulses

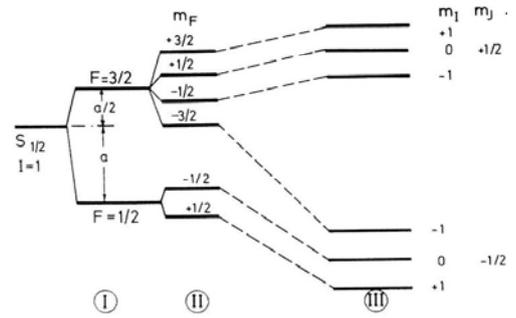


Abb. 20.11. Hyperfeinstruktur eines Zustandes  $S_{1/2}$  und  $I=1$  ohne Feld (I), im schwachen Feld (II) – das ist der Zeeman-Effekt der Hyperfeinstruktur – und im starken Feld (III), das ist der Paschen-Back-Effekt der Hyperfeinstruktur. Beim Übergang vom schwachen zum starken Feld geht der Zeeman-Effekt der Hyperfeinstruktur also in die Hyperfeinstruktur des Zeeman-Effektes über

typical parameter:

$$\begin{aligned} \mu_B &= 1.4 \text{ MHz/Gauss} \\ &= 5.78 \times 10^{-9} \text{ eV/Gauss} \\ &\approx 67 \text{ } \mu\text{K/Gauss} \end{aligned}$$

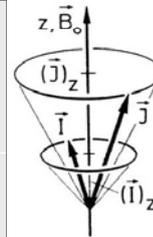


Abb. 20.12. Hyperfeinstruktur im Magnetfeld. Vektordiagramm des Paschen-Back-Effekts. Ein Gesamtdrehimpuls  $F$  ist nicht mehr definiert

# Atoms in Magnetic Field

## Breit Rabi Formula for $F=I+1/2$

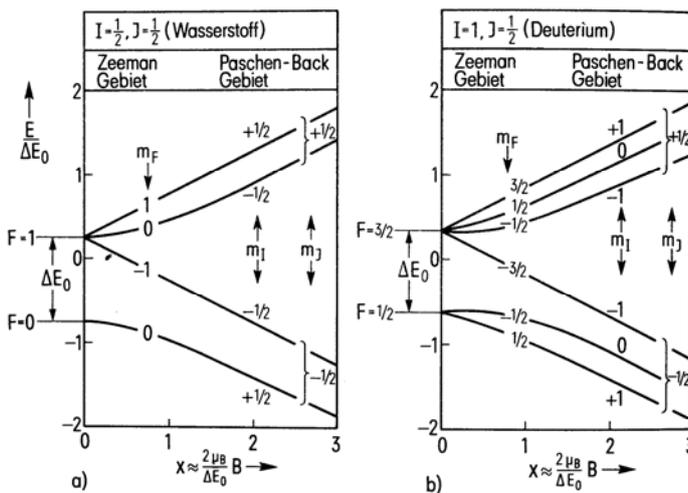


Fig. 102 Feldabhängigkeit der HFS-Aufspaltung nach der Breit-Rabi-Formel für  $I=1/2$  und  $I=1$

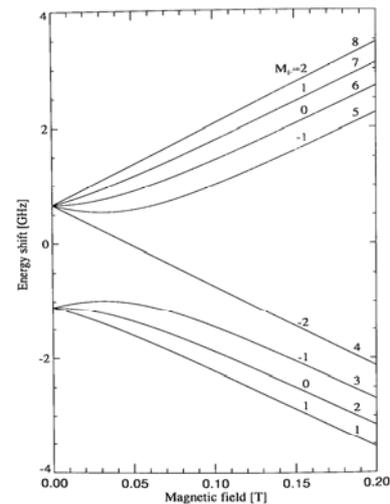


FIGURE 4.2. Energies of the ground hyperfine states of Na, where the states are numbered 1–8 and  $M_F$  is the projection of the total angular momentum of the atom on the magnetic field axis.

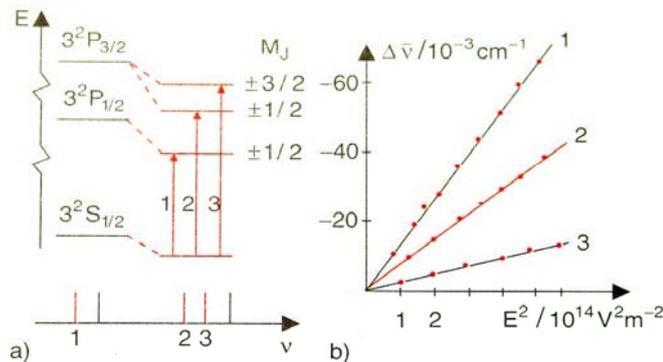
$$E_B^{HFS} (F = I \pm \frac{1}{2}, m_F) = -\frac{A}{4} + m_F g_K \mu_K B \pm \frac{\Delta E_0}{2} \sqrt{1 + \frac{4m_F}{2I+1} x + x^2}$$

$$x = \frac{g_J \mu_B - g_K \mu_K}{\Delta E_0} \approx \frac{2\mu_B}{\Delta E_0}$$

$$\Delta E_0 = A(I + \frac{1}{2})$$

# Atoms in Electric Field

## Stark effect



$$U = -\frac{1}{2} 4\pi\epsilon_0 \alpha E^2$$

Abb. 10.32a,b. Verschiebung und Aufspaltung der Terme im Na-Atom auf Grund des quadratischen Stark-Effektes. (a) Termschema; (b) Abhängigkeit der Wellenzahlen der Na-D-Linien von  $E^2$  [10.16]

typical parameter:

$$\alpha_{Na} = 24 \text{ \AA}^3$$

$$U_{pol}[eV] = 0.034723 \times \alpha[\text{\AA}^3] \times V^2[\text{V/\AA}]$$

# Selection Rules for Optical Transitions

## electric dipole transitions

radiating classical dipole

$$\bar{P} = \frac{2}{3} \frac{\bar{p}^2 \omega^4}{4\pi\epsilon_0 c^3}$$

expectation value of dipole

$$\begin{aligned} \langle p \rangle &= e \langle r \rangle = e \int \Psi_i^* r \Psi_k \\ &= e \langle \Psi_i | r | \Psi_k \rangle \end{aligned}$$

dipole matrix element

$$M_{ik} = e \langle \Psi_i | r | \Psi_k \rangle$$

radiated power

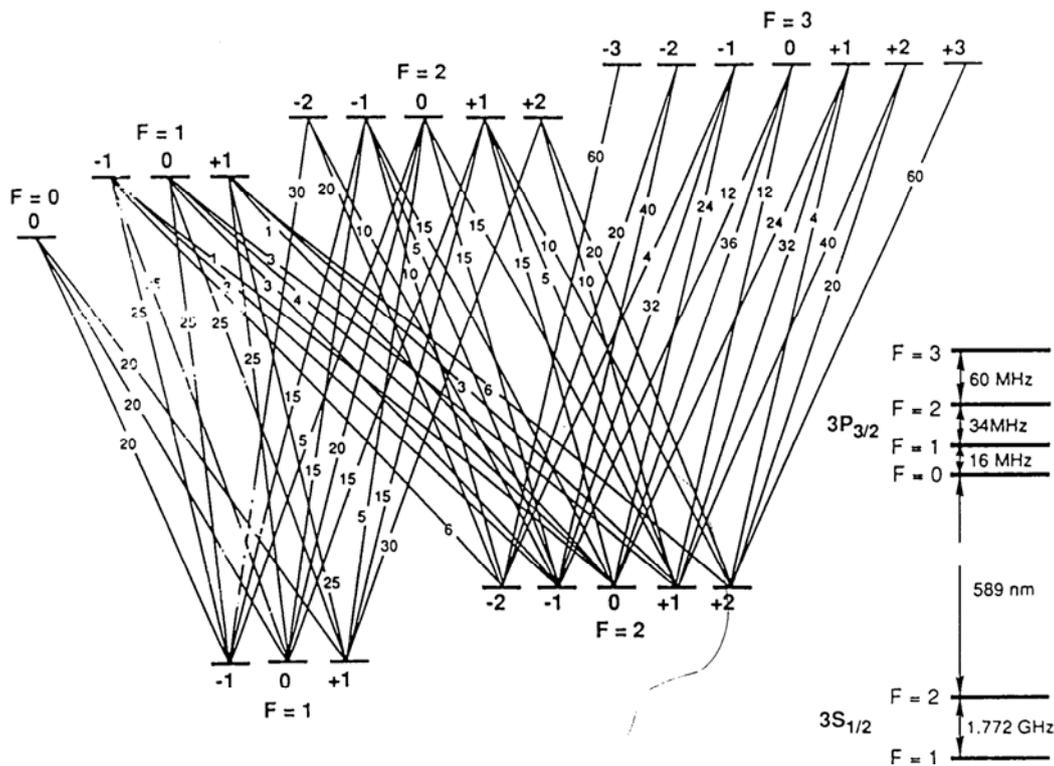
$$\langle P_{ik} \rangle = \frac{4}{3} \frac{\omega_{ik}^4}{4\pi\epsilon_0 c^3} |M_{ik}|^2$$

Tabelle 7.2. Auswahlregeln für elektrische Dipolübergänge

Auswahlregel	Bemerkung
$\Delta l = \pm 1$ für Einelektronenatome	gilt streng
$\Delta L = \pm 1$ für Mehrelektronenatome bei <i>L-S</i> -Kopplung	gerade Zustände kombinieren nur mit ungeraden
$\Delta M = 0, \pm 1$	$\Delta M = 0$ : linear polarisiertes Licht $\Delta M = \pm 1$ : $\sigma^+$ bzw. $\sigma^-$ zirkular polarisiertes Licht
$\Delta S = 0$	gilt für leichte Atome. Bei großer Spin-Bahn- Kopplung (schwere Atome) gibt es Ausnahmen (schwache Interkombinationslinien)
$\Delta J = 0, \pm 1$	$J = 0 \rightarrow J = 0$ ist verboten

# Transition Probabilities

Na  $3S_{1/2} \rightarrow 3P_{3/2}$



# Multi Level Atoms

States:  $n^{2S+1}X_J$

X:  $S(\ell=0), P(\ell=1), D(\ell=2) \dots$

Magnetic Moments:

$$\Delta E = g_F \mu_B m_F \mathbf{B}$$

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c} = 1.4 \text{ MHz/Gauss} = 5.78 \text{ neV/Gauss}$$

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} - g_I \frac{\mu_K}{\mu_B} \frac{F(F+1) + I(I+1) - J(J+1)}{2F(F+1)}$$

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

Matrix Elements:

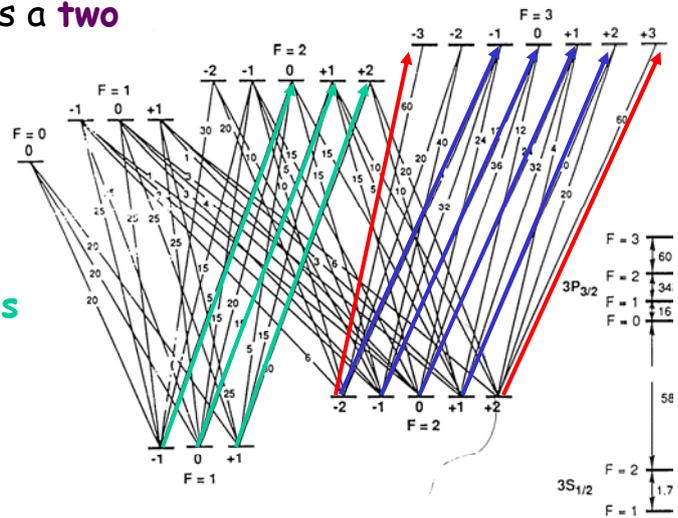
$$\mu_{eg} = (-1)^{1+L'+S+J+J'+I-m_F} \times \sqrt{(2J+1)(2J'+1)(2F+1)(2F'+1)} \times$$

$$\times \begin{Bmatrix} L' & J' & S \\ J & L & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J' & F' & I \\ F & J & 1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} F & 1 & F' \\ m_F & q & -m'_F \end{pmatrix} \times$$

$$\times \langle \phi'_r || r || \phi_r \rangle$$

# Are Atoms always so complicated? prepare a 2-state system

- Atoms interacting with a laser field can in many cases be regarded as a **two state system**
- line width and the frequency width of the laser radiation are much smaller than the level spacing
- **optical pumping** can prepare:
  - specific **atomic hyperfine states**
  - specific **magnetic state**
- selecting a specific polarization one can prepare a **closed two state system**
- this preparation is simple in 'one electron atoms' (alkali atoms)



## Bloch Kugel im Zustandsraum

2 Zustandssystem wird durch die Bloch Kugel beschrieben.

Die möglichen reinen Quantenzustände liegen auf der Oberfläche der Blochkugel.

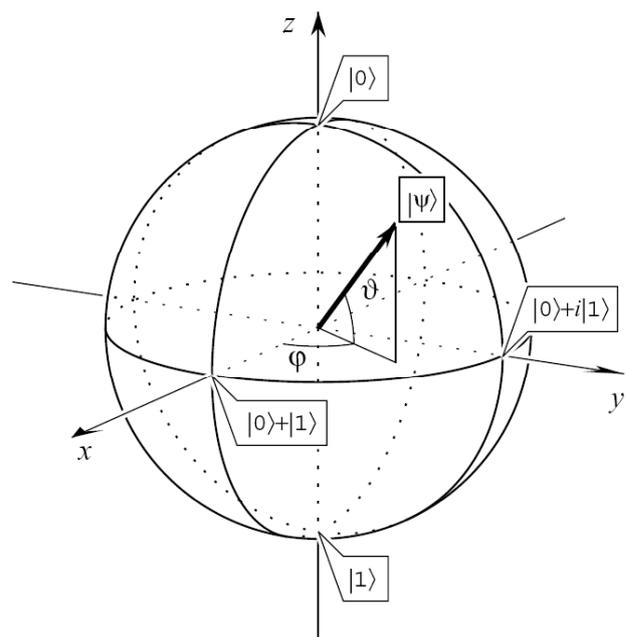
In der Atomphysik kann ein Atom in einer Überlagerung der atomaren Eigenzustände sein

Beispiele für atomare 2-Zustandssysteme:

- Übergänge der Spektrallinien
- Hyperfine Zustände

### Achtung:

Im allgemeinen müssen beim Aussuchen des relevanten 2-Zustandssystems alle benachbarten Atomzustände (Feinstruktur, Hyperfeinstruktur ...) in Betracht gezogen werden.



# Einstein - Relations

## rate equations

### Rate equations in 2-state system

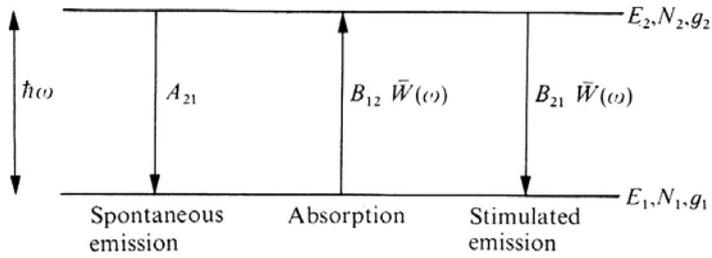


FIG. 1.8. The three basic kinds of radiative process.

$$\frac{dN_1}{dt} = -\frac{dN_2}{dt} = N_2 A_{21} - N_1 B_{12} \bar{W}(\omega) + N_2 B_{21} \bar{W}(\omega)$$

$$\frac{g_1}{g_2} B_{12} = B_{21}$$

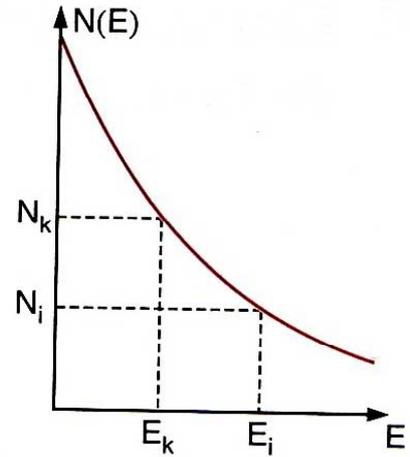
$$\frac{h\omega^3}{\pi^2 c^3} B_{21} = A_{21}$$

$$B_{21} \bar{W}(\omega) = A_{21} \bar{n}$$

$$\langle P_{ik} \rangle = N_i A_{ik} \hbar \omega_{ik}$$

$$A_{ik} = \frac{2}{3} \frac{\omega_{ik}^3}{2\pi\epsilon_0 c^3 \hbar} |M_{ik}|^2$$

### Occupation of levels in thermal equilibrium



## Other useful information

### atomic level diagrams

# Spectral lines Alkali Atoms

## Grotrian Diagram for Na

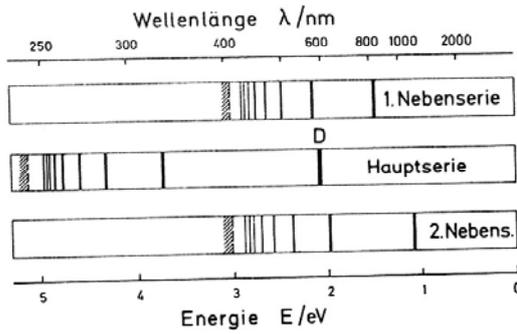


Abb. 11.6. Die drei kürzestwelligen Spektralserien des Natrium-Atoms. Die Seriengrenzen sind gestrichelt eingezeichnet. Das Emissionsspektrum ist eine Überlagerung dieser Serien. In Absorption beobachtet man normalerweise nur die Hauptserie, da im Grundzustand des Na-Atoms der höchste besetzte Term der  $3s$ -Term ist. – Die gelbe Farbe von Natriumlampen wird durch die längstwellige Resonanzlinie der Hauptserie, Übergang  $3s \rightarrow 3p$ , hervorgerufen. Das ist die aus historischen Gründen sogenannte Natrium-D-Linie

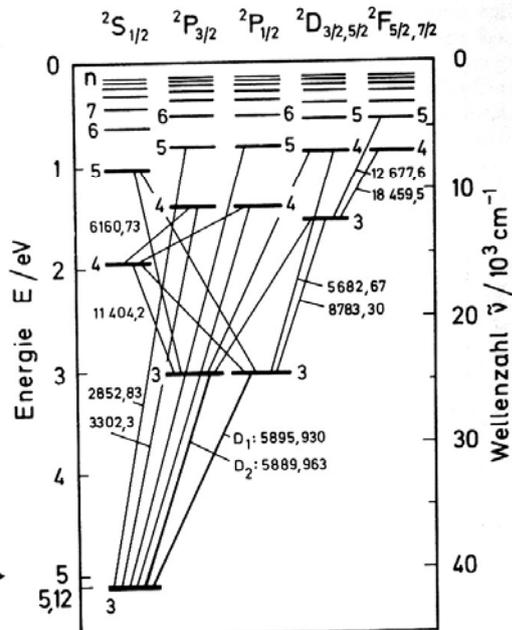


Abb. 11.7. Termschema des Natrium-Atoms, sogenanntes Grotrian-Diagramm. Einige der kürzestwelligen Übergänge aus der Hauptserie, den beiden Nebenserien und der Bergmannserie sind eingezeichnet. Die Zahlen im Diagramm bedeuten Wellenlängen der betreffenden Übergänge in Å. Die am oberen Bildrand eingetragenen Termsymbole enthalten bereits die Quantenzahlen für die Multiplizität und den Gesamtdrehimpuls. Diese werden in Kap. 12 und 17 erklärt

# Grotrian Diagram for K

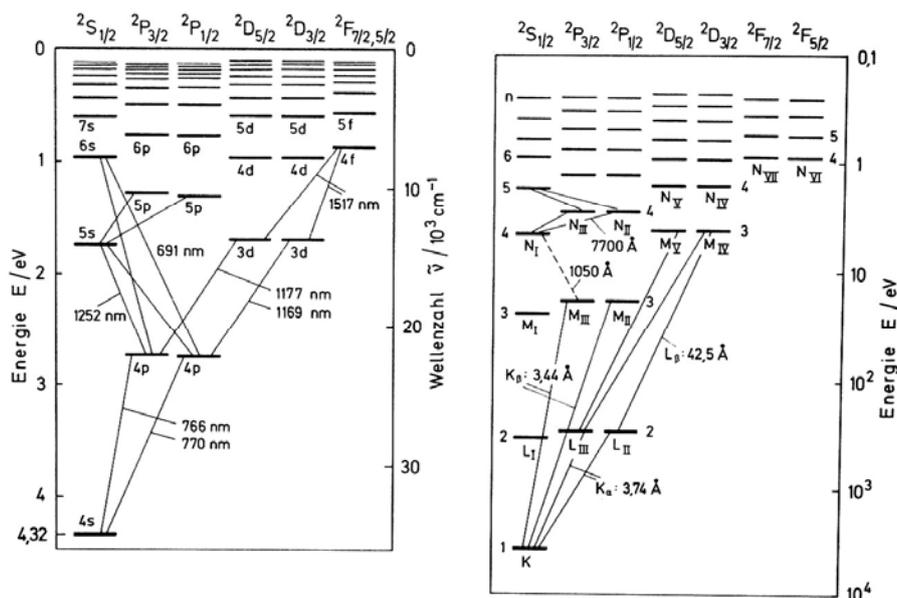
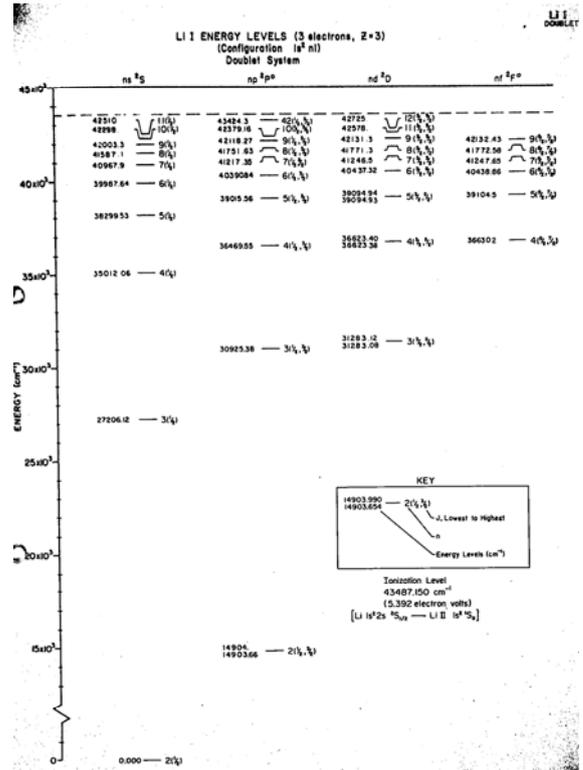
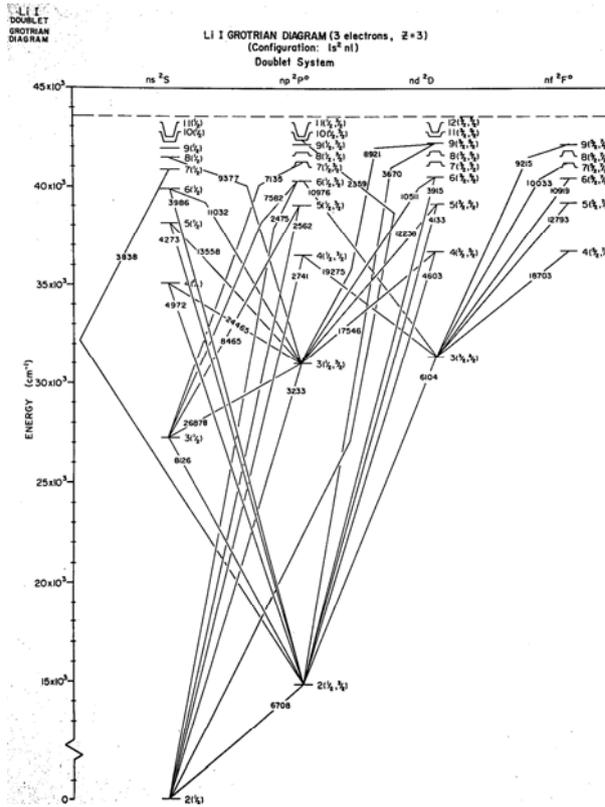


Abb. 11.9. Linkes Teilbild: Grotrian-Diagramm für das neutrale Kalium-Atom im sichtbaren und infraroten Spektralbereich. Die Wellenlängen für einige Übergänge (in nm) sind eingetragen. Die Termsymbole im oberen Bildrand werden erst in Abschn. 12.8 und Kap. 17 vollständig erklärt.

Rechtes Teilbild: Gemeinsames Termschema des Kalium-Atoms für infrarotes, sichtbares, ultraviolettes und Röntgenlicht. Die in diesem Diagramm verwendete Termsymbolik wird erst in Kap. 13 und 17 erklärt. – Man beachte den unterschiedlichen Energie-Maßstab der beiden Teilbilder. Das Röntgenspektrum umfaßt auch Terme mit kleinerer Hauptquantenzahl als das optische Spektrum. Für die Terme mit  $n = 1, 2, 3, \dots$  sagt man im Röntgengebiet K, L, M ...-Schale (siehe dazu Kap. 18)

# Li - atom level diagrams



Atoms – Light and Matter Waves

J. Schmiedmayer, A. Rauschenbeutel

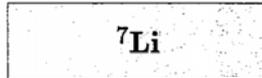
Lecture 1

<Nr.>

# Li - atom



Nuclear spin:	$I = 1$
Mass:	$m = 1 \times 10^{-26}$ kg



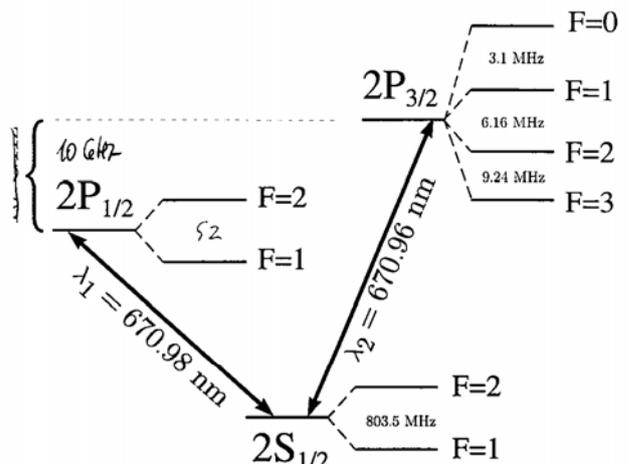
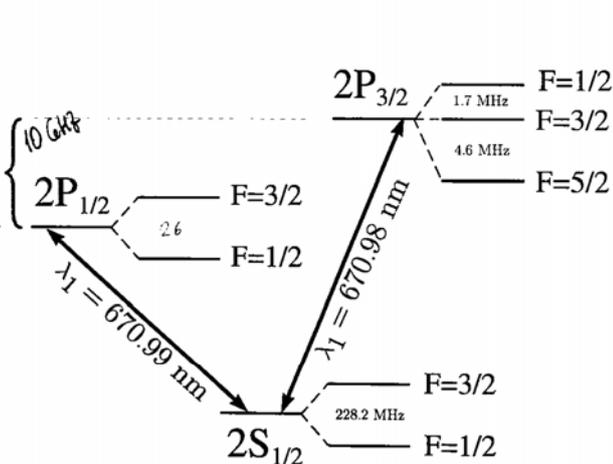
Nuclear spin:	$I = 3/2$
Mass:	$m = 1.16 \times 10^{-26}$ kg

Transition:	$2^2S_{1/2} \rightarrow 2^2P_{1/2}$
Wavelength:	$\lambda_1 = 670.99$ nm
Recoil:	$E_R = h \times 63.3$ kHz $v_R = 8.5$ cm/s $T_R = 6.08$ $\mu$ K
Decay:	$\Gamma = 2\pi \times 5.9$ MHz $\tau = 27.2$ ns $T_D = 142$ $\mu$ K

Transition:	$2^2S_{1/2} \rightarrow 2^2P_{3/2}$
Wavelength:	$\lambda_2 = 670.98$ nm
Recoil:	$E_R = h \times 63.3$ kHz $v_R = 8.5$ cm/s $T_R = 6.08$ $\mu$ K
Decay:	$\Gamma = 2\pi \times 5.9$ MHz $\tau = 27.2$ ns $T_D = 142$ $\mu$ K

Transition:	$2^2S_{1/2} \rightarrow 2^2P_{1/2}$
Wavelength:	$\lambda_1 = 670.98$ nm
Recoil:	$E_R = h \times 63.3$ kHz $v_R = 8.5$ cm/s $T_R = 6.08$ $\mu$ K
Decay:	$\Gamma = 2\pi \times 5.9$ MHz $\tau = 27.2$ ns $T_D = 142$ $\mu$ K

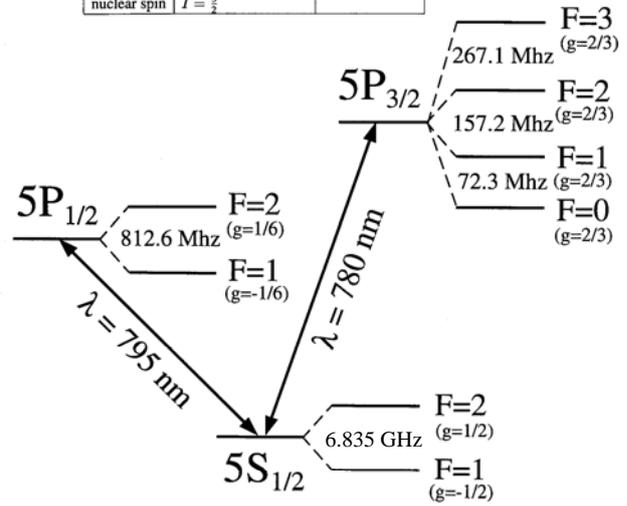
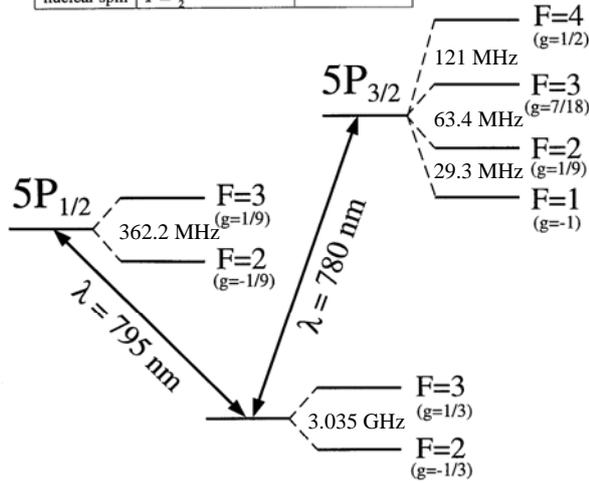
Transition:	$2^2S_{1/2} \rightarrow 2^2P_{3/2}$
Wavelength:	$\lambda_2 = 670.96$ nm
Recoil:	$E_R = h \times 63.3$ kHz $v_R = 8.5$ cm/s $T_R = 6.08$ $\mu$ K
Decay:	$\Gamma = 2\pi \times 5.9$ MHz $\tau = 27.2$ ns $T_D = 142$ $\mu$ K



# Rb - atom

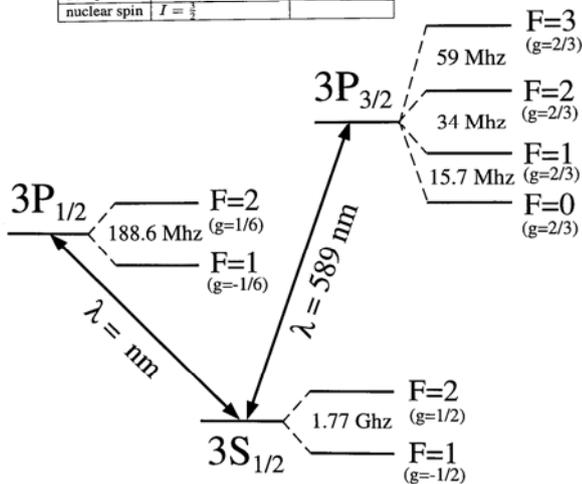
<sup>85</sup> Rb	
mass	$m = 1.41 \cdot 10^{-25}$ kg $m = 84.912$ amu
transition	$5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ $\lambda = 780$ nm
recoil	$E_R = h \cdot 3.9$ kHz $v_R = 0.6$ cm/s
	$T_R = 0.37 \mu$ K
decay	$\Gamma = 2\pi \cdot 5.9$ MHz $\tau = 27.0$ ns
transition	$5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}$ $\lambda = 795$ nm
recoil	$E_R = h \cdot 3.7$ kHz $v_R = 0.6$ cm/s
	$T_R = 0.36 \mu$ K
decay	$\Gamma = 2\pi \cdot 5.4$ MHz $\tau = 29.4$ ns
nuclear spin	$I = \frac{3}{2}$

<sup>87</sup> Rb	
mass	$m = 1.44 \cdot 10^{-25}$ kg $m = 86.909$ amu
transition	$5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ $\lambda = 780$ nm
recoil	$E_R = h \cdot 3.8$ kHz $v_R = 0.6$ cm/s
	$T_R = 0.36 \mu$ K
decay	$\Gamma = 2\pi \cdot 5.9$ MHz $\tau = 27.0$ ns
transition	$5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}$ $\lambda = 795$ nm
recoil	$E_R = h \cdot 3.6$ kHz $v_R = 0.58$ cm/s
	$T_R = 0.35 \mu$ K
decay	$\Gamma = 2\pi \cdot 5.41$ MHz $\tau = 29.41$ ns
nuclear spin	$I = \frac{3}{2}$



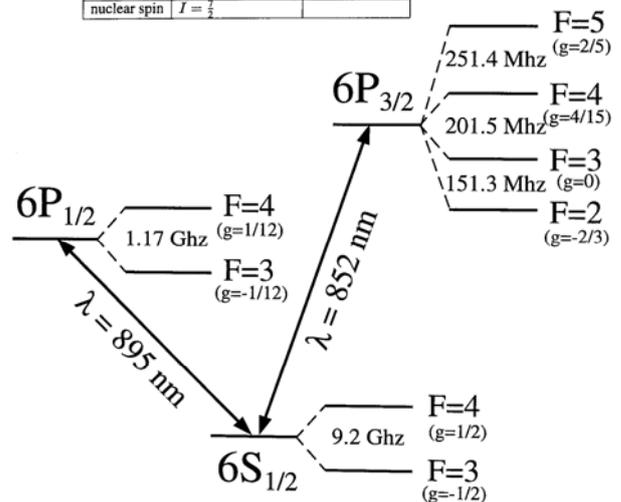
# Na - atom

<sup>23</sup> Na	
mass	$m = 3.8 \cdot 10^{-26}$ kg $m = 22.99$ amu
transition	$3S_{1/2} \rightarrow 3P_{3/2}$ $\lambda = 589.0$ nm
recoil	$E_R = h \cdot 25$ kHz $v_R = 3$ cm/s
	$T_R = 2.4 \mu$ K
decay	$\Gamma = 2\pi \cdot 10$ MHz $\tau = 16$ ns
transition	$3S_{1/2} \rightarrow 3P_{1/2}$ $\lambda = 589.6$ nm
recoil	$E_R = h \cdot 25$ kHz $v_R = 3$ cm/s
	$T_R = 2.4 \mu$ K
decay	$\Gamma = 2\pi \cdot 10$ MHz $\tau = 16$ ns
nuclear spin	$I = \frac{3}{2}$



# Cs - atom

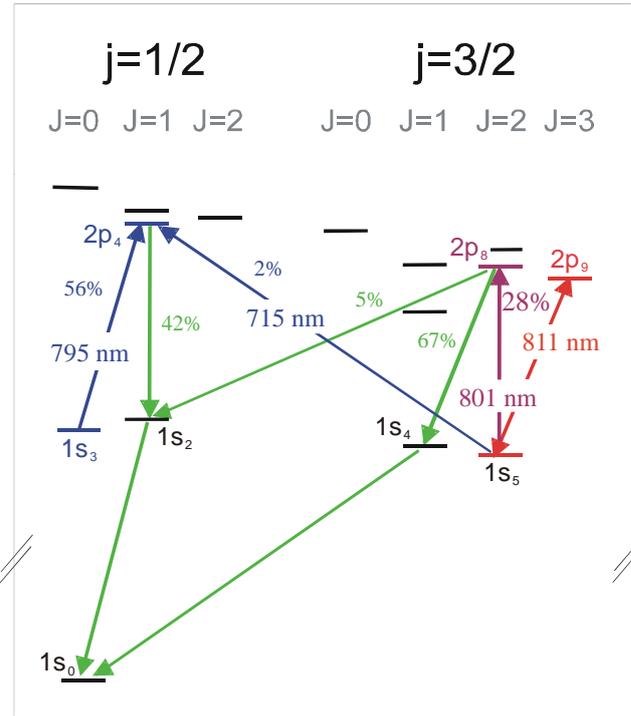
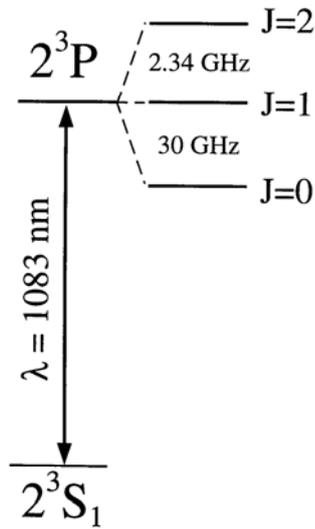
<sup>133</sup> Cs	
mass	$m = 2.2 \cdot 10^{-25}$ kg $m = 132.9$ amu
transition 1	$6S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ $\lambda = 852.1$ nm
recoil	$E_R = h \cdot 2.1$ kHz $v_R = 0.35$ cm/s
	$T_R = 0.2 \mu$ K
decay	$\Gamma = 2\pi \cdot 4.9$ MHz $\tau = 32.3$ ns
transition 2	$6S_{1/2} \rightarrow 6P_{1/2}$ $\lambda = 895$ nm
recoil	$E_R = h \cdot 1.9$ kHz $v_R = 0.3$ cm/s
	$T_R = 0.18 \mu$ K
decay	$\Gamma = 2\pi \cdot 4.5$ MHz $\tau = 35$ ns
nuclear spin	$I = \frac{7}{2}$



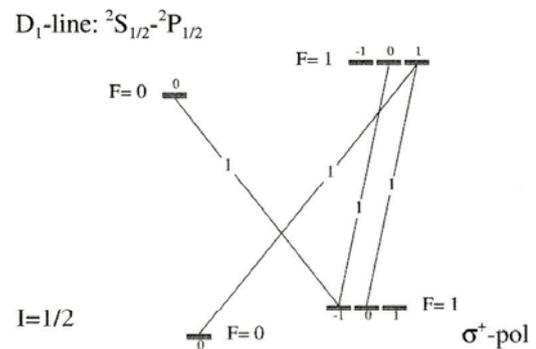
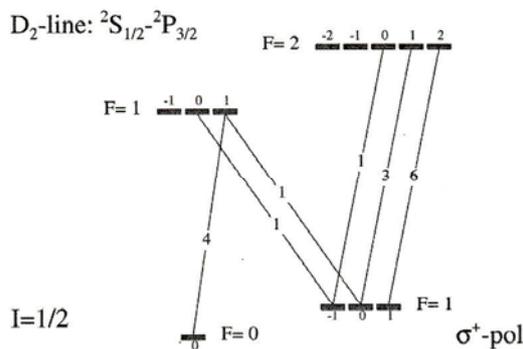
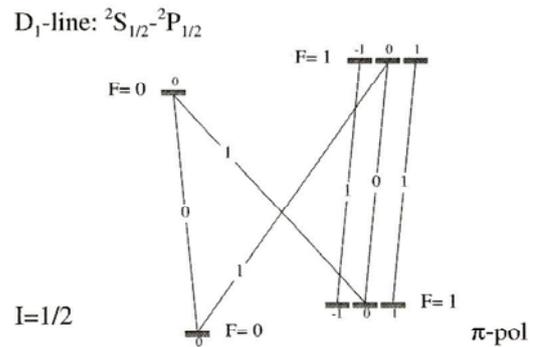
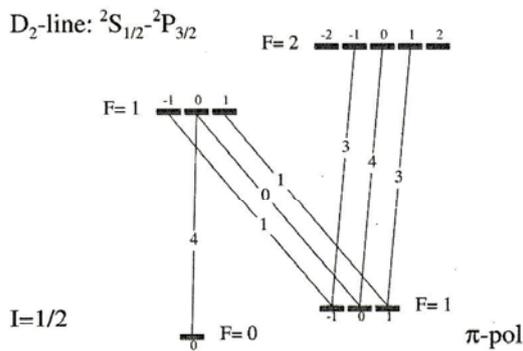
# He - atom

# Ar - atom

<sup>4</sup> He metastable		
mass	$m = 6.6 \cdot 10^{-27} \text{kg}$	$m = 4.003 \text{amu}$
transition	$2^3S_1 \rightarrow 2^3P_{0,1,2}$	$\lambda = 1083 \text{nm}$
recoil	$E_R = h \cdot 42 \text{kHz}$	$v_R = 9.3 \text{cm/s}$
	$T_R = 4 \mu\text{K}$	
decay	$\Gamma = 2\pi \cdot 1.6 \text{MHz}$	$\tau = 100 \text{ns}$

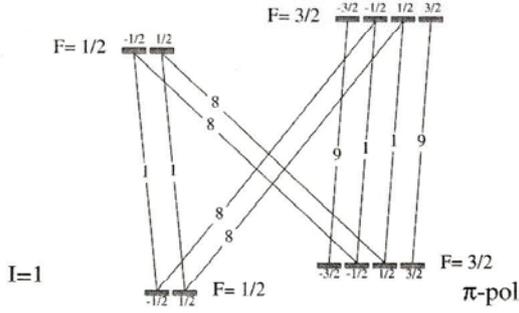


# I = 1/2

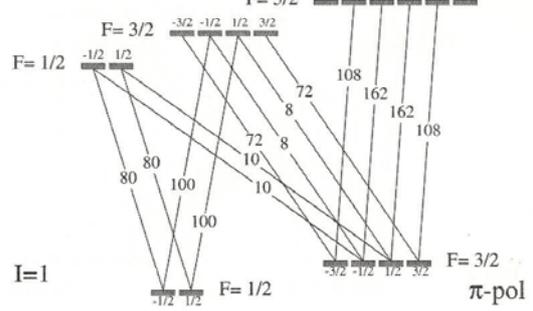


# I = 1

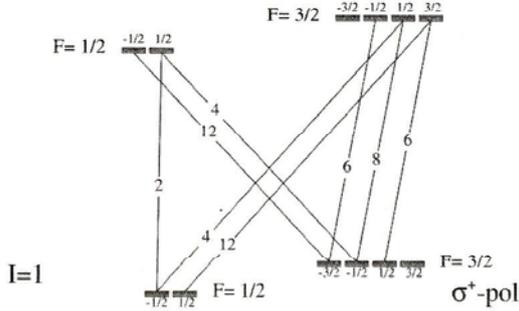
D<sub>1</sub>-line:  ${}^2S_{1/2} - {}^2P_{1/2}$



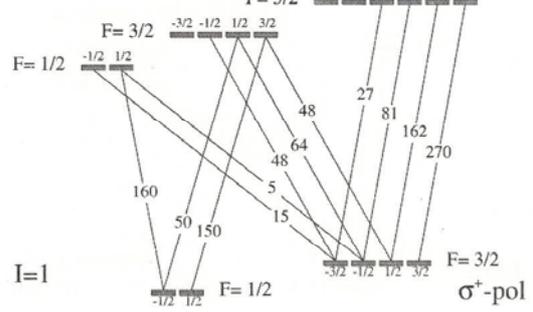
D<sub>2</sub>-line:  ${}^2S_{1/2} - {}^2P_{3/2}$



D<sub>1</sub>-line:  ${}^2S_{1/2} - {}^2P_{1/2}$

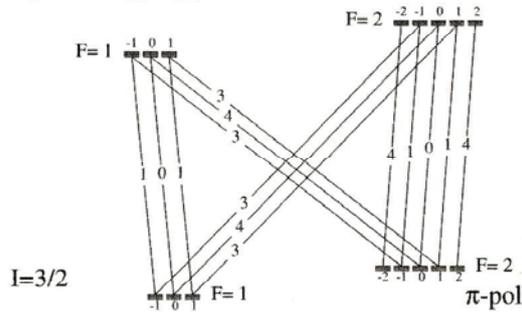


D<sub>2</sub>-line:  ${}^2S_{1/2} - {}^2P_{3/2}$

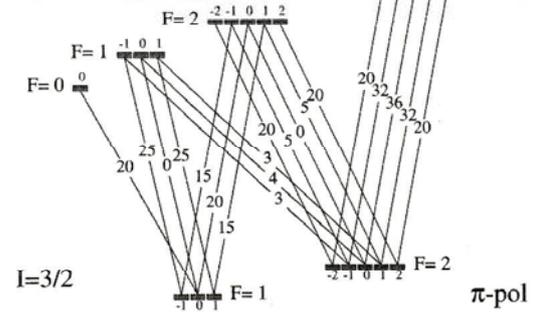


# I = 3/2

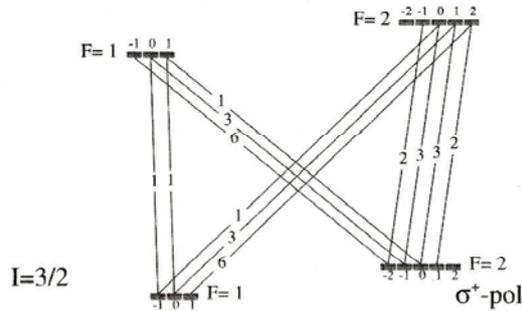
D<sub>1</sub>-line:  ${}^2S_{1/2} - {}^2P_{1/2}$



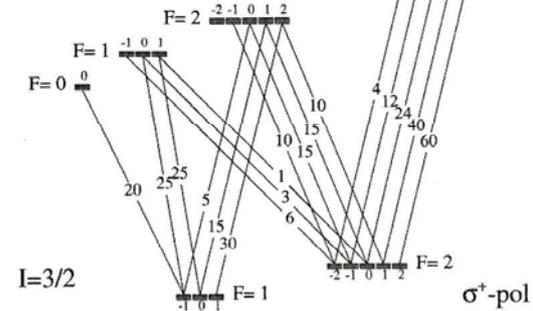
D<sub>2</sub>-line:  ${}^2S_{1/2} - {}^2P_{3/2}$



D<sub>1</sub>-line:  ${}^2S_{1/2} - {}^2P_{1/2}$

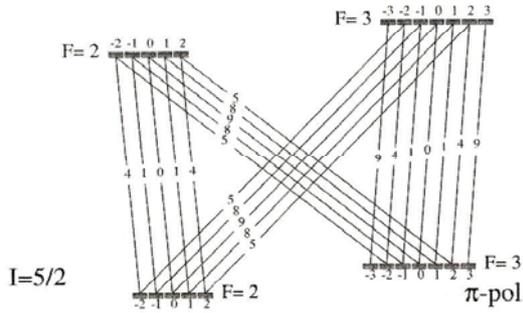


D<sub>2</sub>-line:  ${}^2S_{1/2} - {}^2P_{3/2}$

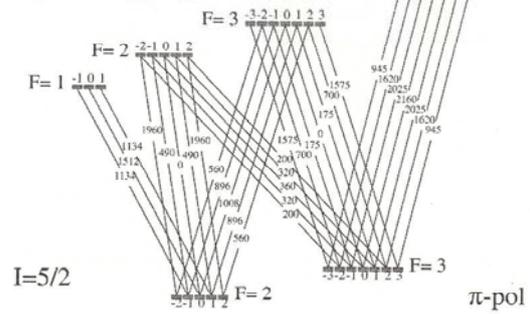


# I = 5/2

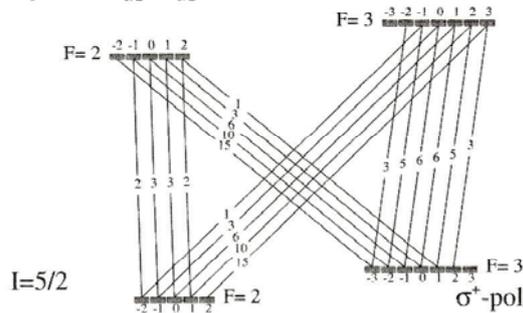
D<sub>1</sub>-line:  ${}^2S_{1/2} - {}^2P_{1/2}$



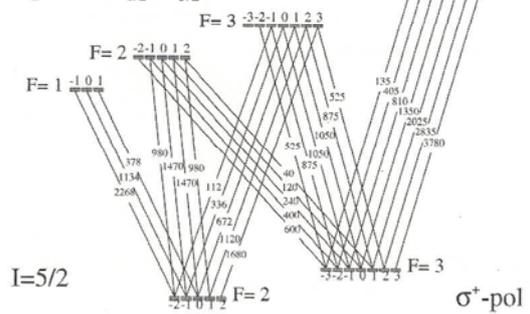
D<sub>2</sub>-line:  ${}^2S_{1/2} - {}^2P_{3/2}$



D<sub>1</sub>-line:  ${}^2S_{1/2} - {}^2P_{1/2}$

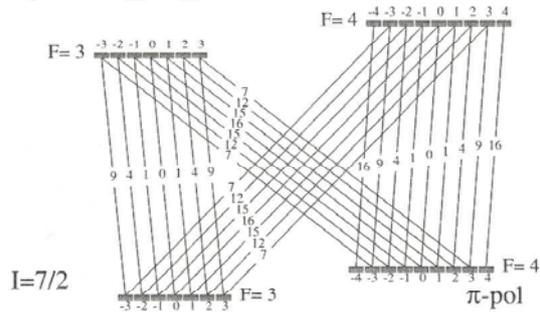


D<sub>2</sub>-line:  ${}^2S_{1/2} - {}^2P_{3/2}$

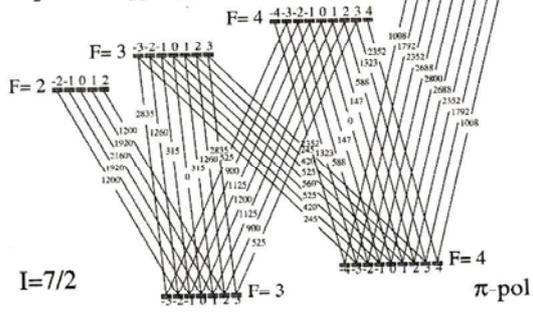


# I = 7/2

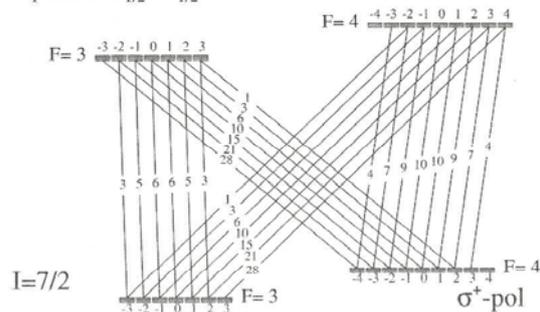
D<sub>1</sub>-line:  ${}^2S_{1/2} - {}^2P_{1/2}$



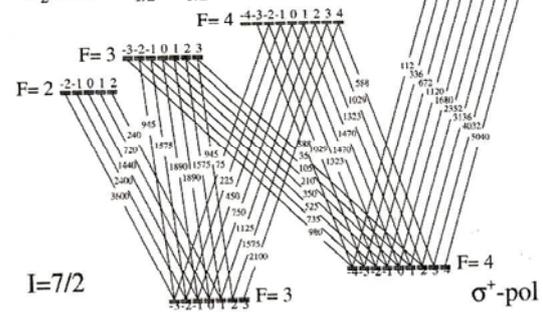
D<sub>2</sub>-line:  ${}^2S_{1/2} - {}^2P_{3/2}$



D<sub>1</sub>-line:  ${}^2S_{1/2} - {}^2P_{1/2}$



D<sub>2</sub>-line:  ${}^2S_{1/2} - {}^2P_{3/2}$

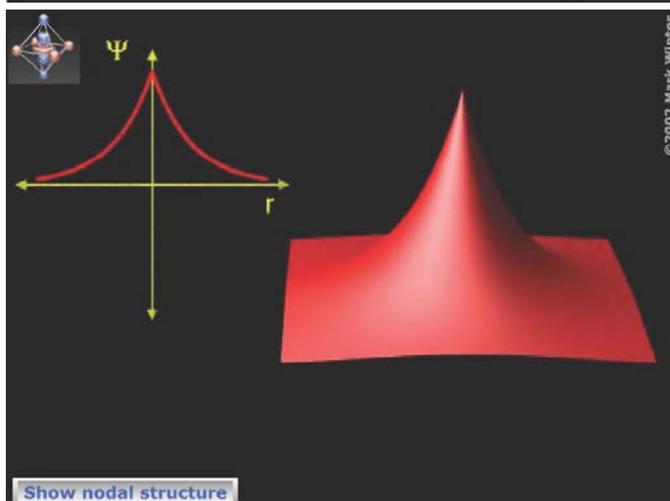
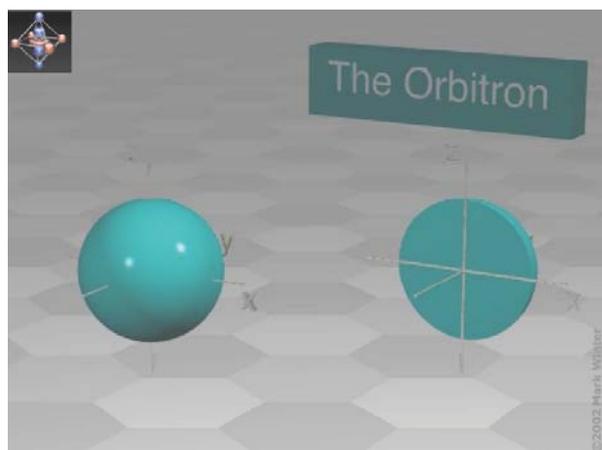
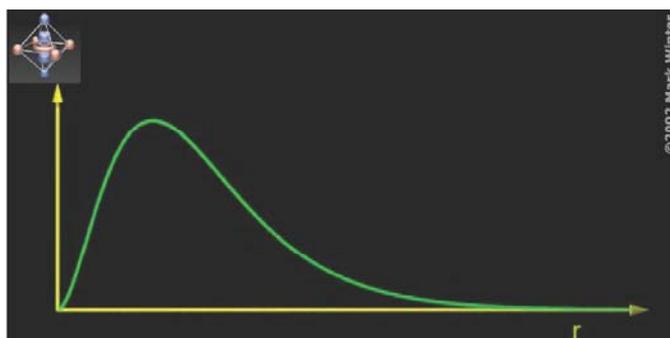


# Other useful information

## displaying orbitals

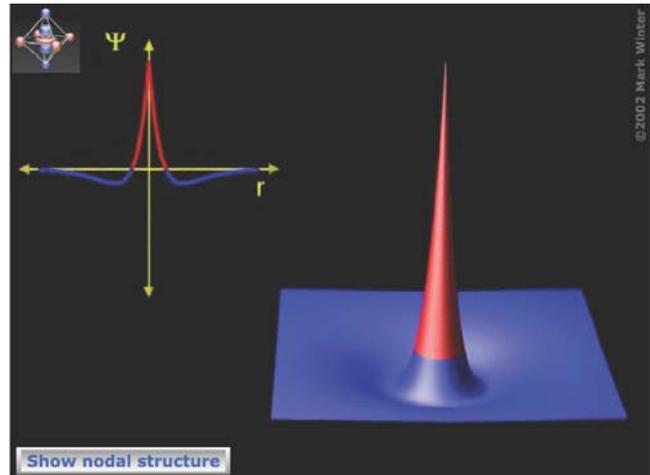
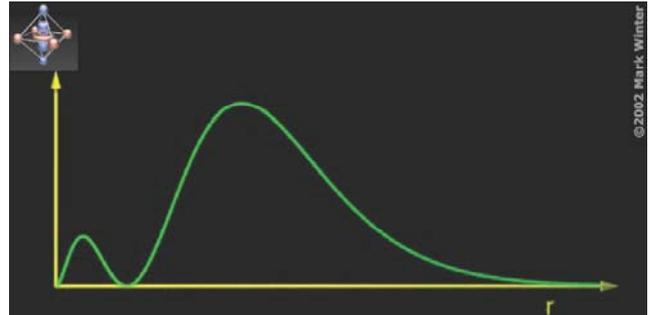
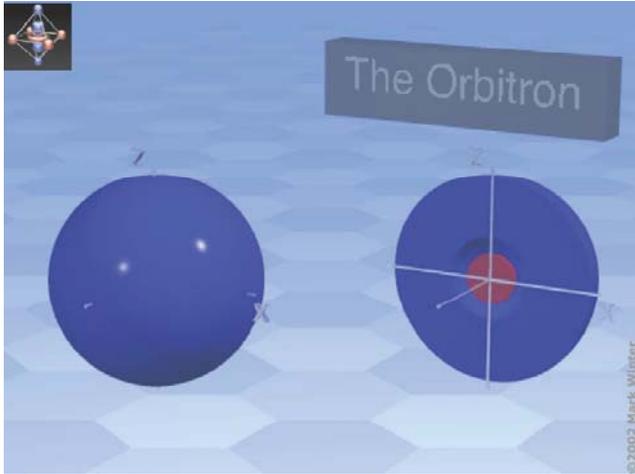
## 1s-Orbitals

<http://www.shef.ac.uk/chemistry/orbitron/>



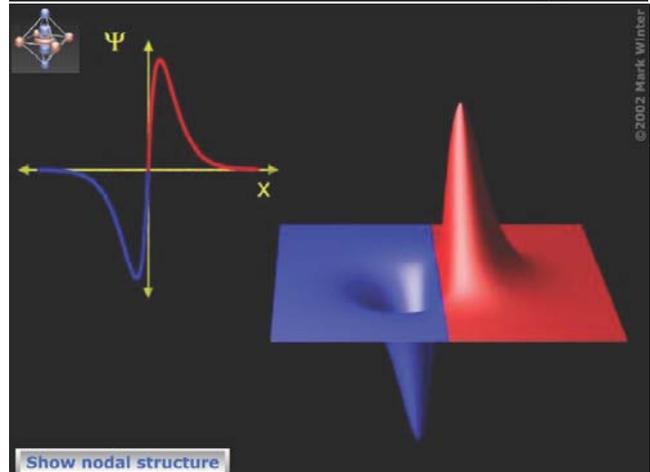
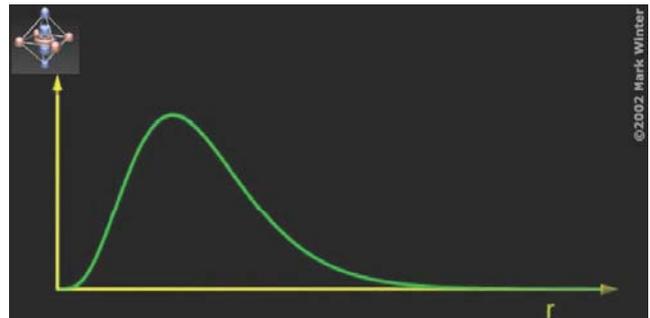
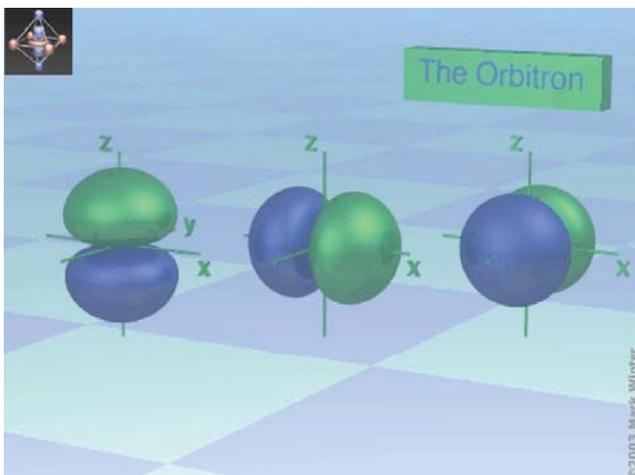
# 2s-Orbitals

<http://www.shef.ac.uk/chemistry/orbitron/>



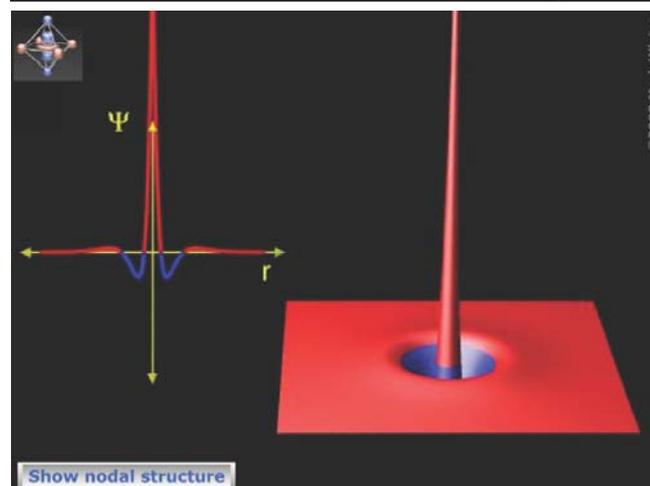
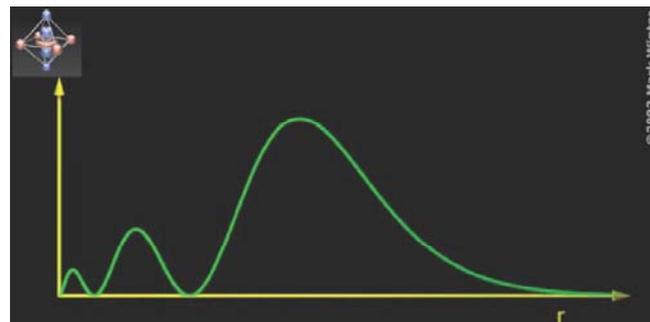
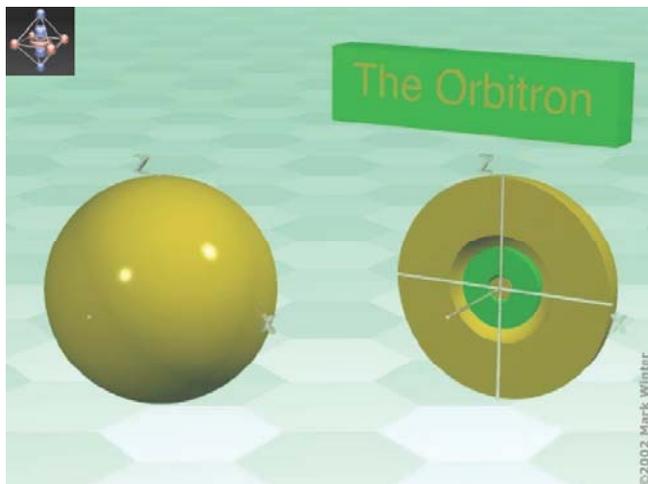
# 2p-Orbitals

<http://www.shef.ac.uk/chemistry/orbitron/>



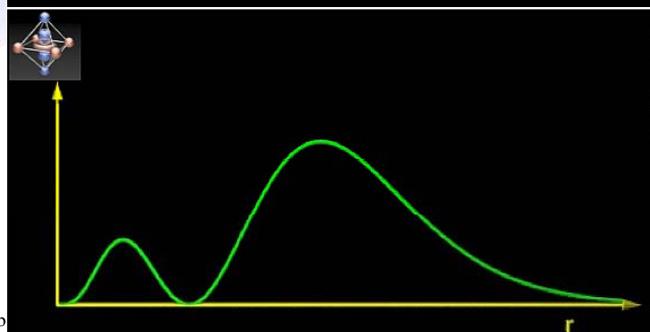
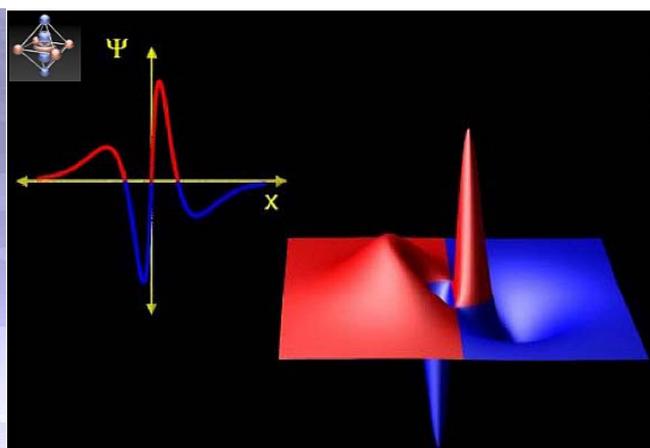
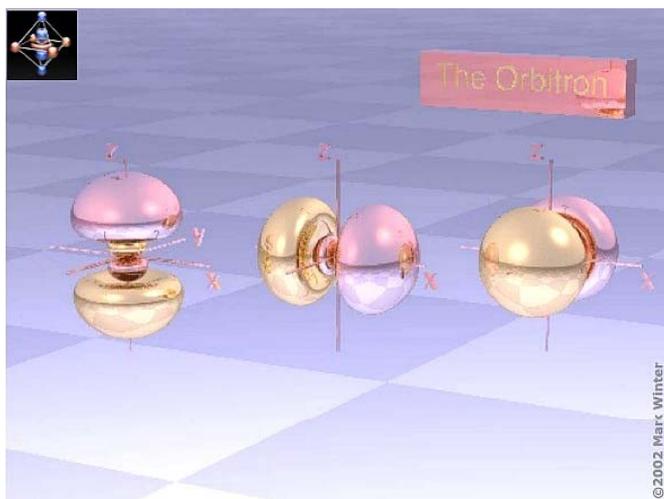
# 3s-Orbitals

<http://www.shef.ac.uk/chemistry/orbitron/>



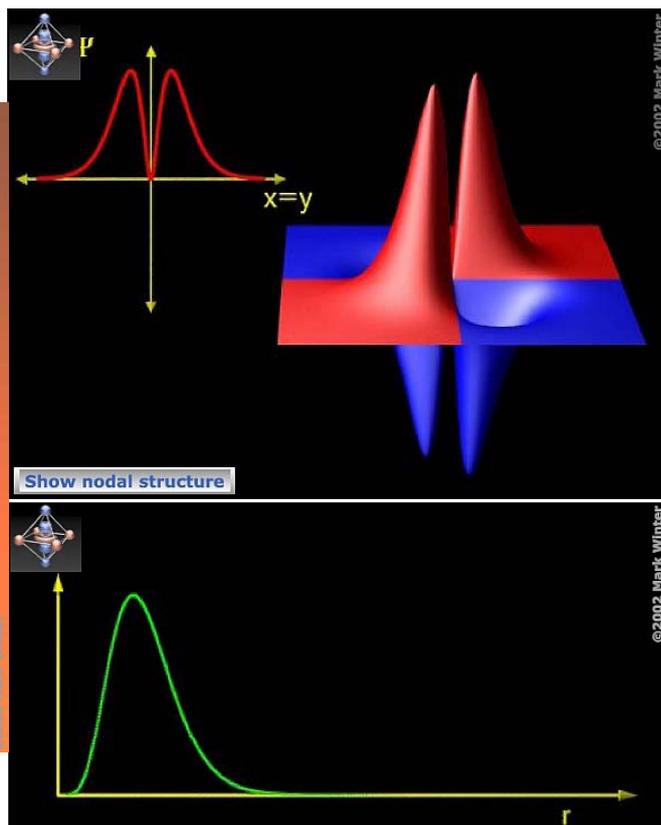
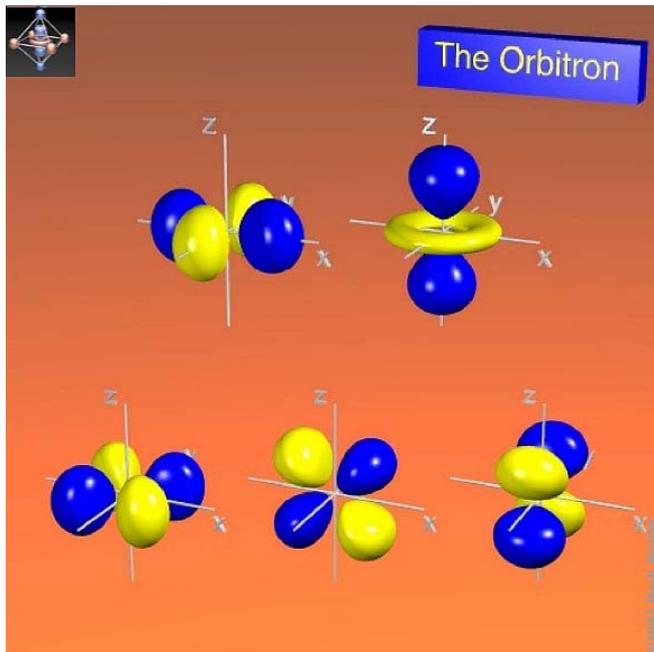
# 3p-Orbitals

<http://www.shef.ac.uk/chemistry/orbitron/>



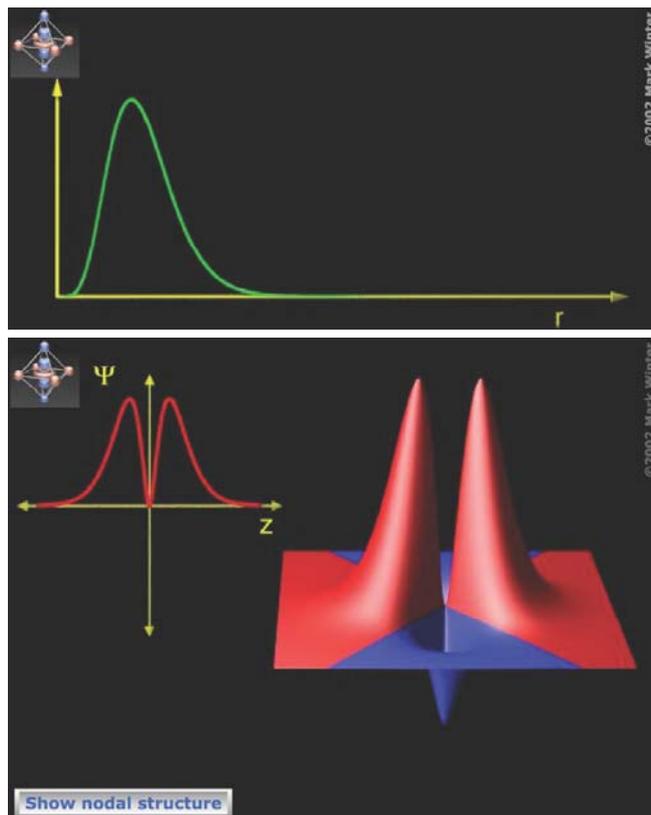
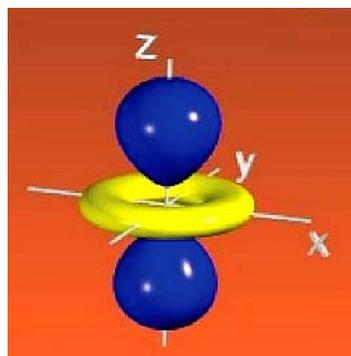
# 3d-Orbitals

<http://www.shef.ac.uk/chemistry/orbitron/>



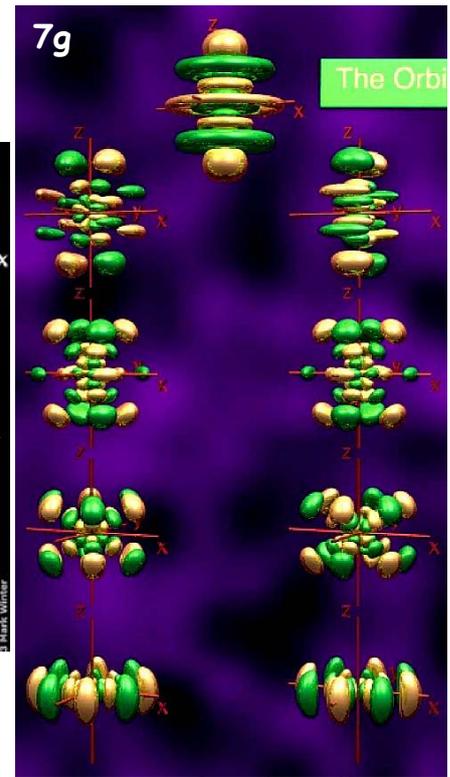
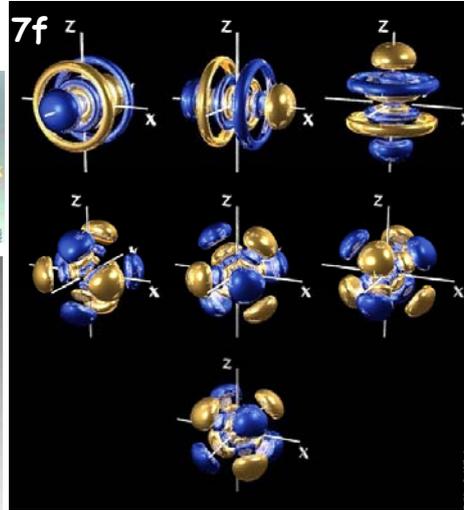
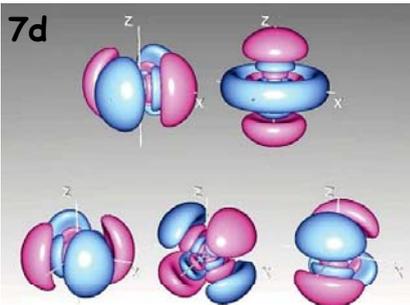
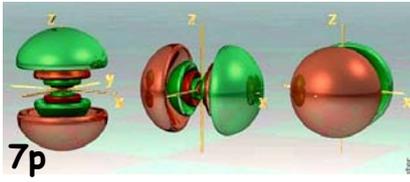
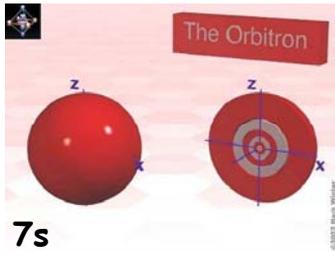
# 3d $z^2$

<http://www.shef.ac.uk/chemistry/orbitron/>



# n=7 Orbitals

<http://www.shef.ac.uk/chemistry/orbitron/>



Atoms – Light and Matter Waves

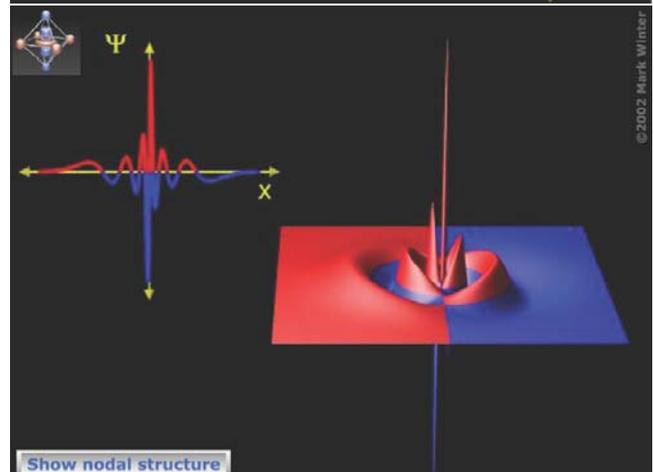
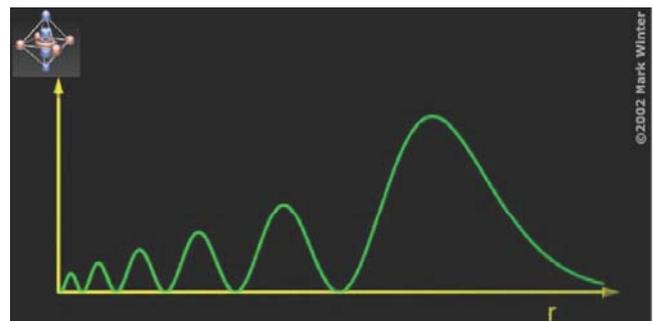
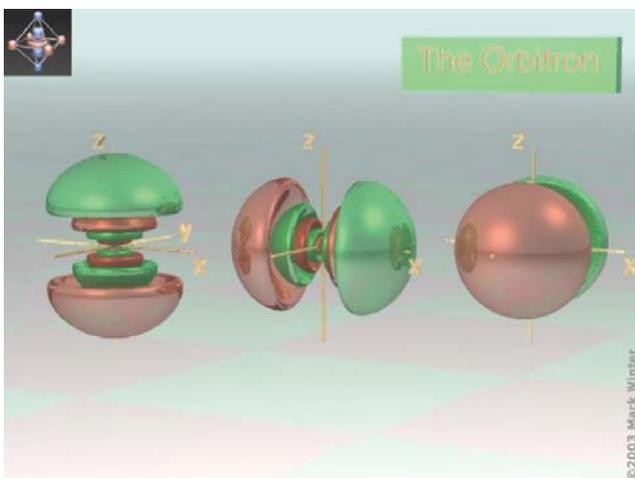
J. Schmiedmayer, A. Rauschenbeutel

Lecture 1

<Nr.>

# 7p-Orbitals

<http://www.shef.ac.uk/chemistry/orbitron/>



Atoms – Light and Matter Waves

J. Schmiedmayer, A. Rauschenbeutel

Lecture 1

<Nr.>